MATERI PROGRAM PEMBEKALAN

MATEMATIKA

DISUSUN OLEH

TIM PROGRAM PEMBEKALAN MATEMATIKA

FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI

UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN

YOGYAKARTA

2017

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan kehadirat Allah SWT yang selalu melimpahkan Rahmat serta Hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyusun dan menyelesaikan Modul Program Pembekalan Matematika ini tepat pada waktunya.

Modul Program Pembekalan Matematika ini berisikan materi-materi tentang dasar matematika yang akan sangat membantu mahasiswa dalam menempuh perkuliahan di Fakultas Teknologi Indutri Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta.

Bahan-bahan penyusun Modul Program Pembekalan Matematika ini penulis peroleh dari beberapa referensi buku Matematika. Penulis menyadari bahwa modul ini masih banyak terdapat kekurangan, untuk itu kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi sempurnanya modul ini di masa yang akan datang.

Yogyakarta,   Agustus 2017

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I

EKSPONENSIAL DAN ARITMATIKA DASAR

A. EKSPONENSIAL

Misalkan **a** bilangan nyata (real) dan **n** bilangan bulat positif, maka nilai $\mathbf{a^n}$ adalah hasil kali **a** sebanyak **n** faktor.

a^n = a x a x a x a x a ....x a ➔ Sebanyak n faktor

1. Sifat-sifat Eksponensia1

1). $\mathbf{a^m \times a^n = a^{m+n}}$

contoh: $2^2 \times 2^3 = 2^5$

2). $\mathbf{a^m / a^n = a^{m-n}}$

contoh: $2^4 / 2^2 = 2^2$

3). $\mathbf{(a^m)^n = a^{m \times n}}$

contoh: $(2^2)^3 = 2^6$

4). $\mathbf{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$

contoh: $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$

5). $\mathbf{(a/b)^n = a^n/b^n}$

contoh: $(1 / 1)^2 = 1$

6). $\mathbf{a^{-n} = 1/a^n , a \neq 0}$

contoh: $2^{-2} = 1/2^2$

7). $\mathbf{a^0 = 1 , a \neq 0}$

contoh: $2^0 = 1$

8). $\mathbf{a^{x/y} = \sqrt[y]{a^x}}$

contoh: $2^{2/3} = \sqrt[3]{2^2}$

2. Contoh Soal

1. Diketahui a = 4 , b = 2 , dan c = $\frac{1}{2}$, nilai $(a^{-1})^2 \times \frac{b^4}{c^3}$ = ...

   Pembahasan :

   **Menyederhanakan nilai-nilainya ke dalam persamaan atau sifat-sifat eksponensial*

   ➔ $(a^{-1})^2 \times \frac{b^4}{c^3} = a^{-2} \times b^4 \times c^3 = \frac{2^4\,(1/2)^3}{4^2} = \frac{16\,(1/8)}{16} = \frac{1}{8}$

2. Jumlah kuadrat dari $2^{x^2+x} = 4$ adalah.........................

   Pembahasan :

   ➔ $2^{x^2+x} = 4 \leftrightarrow 2^{x^2+x} = 2^2$

   ➔ $x^2 + x = 2$

   ➔ $x^2 + x - 2 = 0$

   ➔ $(x + 2)(x - 1) = 0$

   ➔ $x_1 = -2 \qquad x_2 = 1$

   Jumlah kuadrat dari persamaan tersebut adalah:

   ➔ $X_1^2 + X_2^2 = (-2)^2 + (1)^2 = 5$

3. Tentukan nilai dari $\frac{(4\,a^{-8}\,b^{-3})^{-1}}{a^{-6}\,b^{-5}}$ =..................

   Pembahasan :

   ➔ $\frac{(4\,a^{-8}\,b^{-3})^{-1}}{a^{-6}\,b^{-5}} = \frac{4^{-1}a^8\,b^3}{a^6\,b^5} = \frac{1}{4}\,a^{8-6}\,b^{3-5} = \frac{1}{4}\,a^2\,b^{-2}$

3. LATIHAN

1. Bentuk sederhana dari $\frac{24\ .\ a^{-7}\ .\ b^{-2}\ .\ c}{6\ .\ a^{-2}\ .\ b^{-3}.\ c^{-6}}$ =..........

2. Bentuk sederhana dari $\frac{\left(27\ .\ a^{-5}\ .\ b^{-3}\right)^{-1}}{3^{5}.\ a^{-7}.b^{-5}}$ =............

3. Nilai x yang memenuhi $\frac{5^{x+2}}{25^{x}} = 125.5^{x}$ adalah......

4. Nilai bilangan dari $\frac{\left(8p^{-3}\ q^{-3}\right)^{2}}{(16p^{-1}\ q^{-4})}$ adalah.................

5. Nilai dari persamaan 4^{7} x 16^{-4} x $\sqrt[4]{16^{2}}$ adalah..........

B. ARITMATIKA DASAR

Operator aritmatika digunakan untuk melakukan operasi matematika, seperti penambahan, pengurangan, pembagian, dan modulu (sisa pembagian).

1. Macam-macam simbol yang digunakan:

1). − Simbol pengurangan

2). + Simbol Penjumlahan

3). / Simbol Pembagian

4). * Simbol Perkalian

5). % Simbol sisa Pembagian

6). √ Simbol Akar

7). ≥ Simbol lebih dari sama dengan

8). ≤ Simbol Kurang dari sama dengan

9). ± Simbol kurang lebih (Plus Minus)

10). ≠ Simbol tidak sama dengan

11). ∑ Simbol sigma

12). ∫ Integral

Simbol	Nama / Dibaca Sebagai	Penjelasan	Contoh
+	**Penjumlahan** tambah	4 + 6 berarti jumlah antara 4 dan 6.	2 + 7 = 9
−	**Pengurangan** kurang	9 − 4 berarti 9 dikurangi 4.	8 − 3 = 5
	tanda negatif negatif	−3 berarti negatif dari angka 3.	−(−5) = 5
×	**perkalian** kali	3 × 4 berarti perkalian 3 oleh 4.	7 × 8 = 56
÷ /	**pembagian** dibagi dengan	6 ÷ 3 atau 6/3 berati 6 dibagi 3.	2 ÷ 4 = 0,5 12/4 = 3
√	**akar kuadrat** akar kuadrat	√*x* berarti bilangan positif yang kuadratnya *x*.	√4 = 2

Simbol	Nama **Dibaca Sebagai**	Penjelasan	Contoh
$<$	Kurang dari, Lebih kecil dari	$x < y$ berarti x lebih kecil dari y.	$3 < 4$
$>$	Lebih dari Lebih besar dari	$x > y$ berarti x lebih besar dari y.	$5 > 4$
$\leq$	Kurang dari sama dengan Lebih kecil dari atau sama dengan	$x \leq y$ berarti x lebih kecil dari atau sama dengan y.	$3 \leq 4$ $5 \leq 5$
$\geq$	Lebih dari sama dengan. Lebih besar dari atau sama dengan	$x \geq y$ berarti x lebih besar dari atau sama dengan y.	$5 \geq 4$ $5 \geq 5$
$\lvert\ \rvert$	Nilai mutlak		$\lvert 3 \rvert = 3$, $\lvert -5 \rvert = \lvert 5 \rvert$
!	faktorial/faktor	$n!$ adalah hasil dari $1 \times 2 \times \ldots \times n$.	$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
∞	Bilangan tak terhingga	garis bilangan yang lebih besar dari semua bilangan lainnya sering dijumpai pada limit.	

Simbol	Nama	Penjelasan	Contoh
	Dibaca Sebagai		
$\sum$	Sigma	$\sum_{i=1}^{n} u$ 1 = batas bawah , n = batas atas , u_i = Suku.	$\sum_{i=1}^{4} i$ $i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$ $= 1 + 4 + 9 + 16 = 30$
	jumlah seluruh		
'	turunan / aksen	f '(x) adalah turunan dari fungsi f x,	Jika $f(x) = x^2$, maka f '(x) = 2x
	turunan dari …		
$\int$	integral tak tentu		
	integral tak tentu		
	integral tertentu		
	integral dari ... ke ...		

2. CONTOH SOAL

1). 4 + 4/2 x 2 = 4 + ((4/2) x 2) = 4 + 4 = 10

2). $\frac{6}{3/2} = 6 \times \frac{2}{3} = 4$

3). $\frac{2}{1} + \frac{3}{6} + \frac{2}{4} = \frac{48 + 12 + 12}{24} = \frac{72}{24} = \frac{9}{3} = 3$

BAB II

SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL

A. Pengertian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Persamaan linier dua variabel adalah suatu persamaan yang mengandung dua variabel, yang tiap-tiap variabelnya berderajat satu.

B. Bentuk Umum Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Bentuk umum:

ax + by = c

Sistem persamaan linier dengan dua variabel adalah suatu sistem persamaan yang terdiri atas dua persamaan linear di mana masing-masing persamaan mempunyai dua variabel dan sistem mempunyai tepat satu penyelesaian.

Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel :

$$\boldsymbol{a_1 x + b_1 y = c_1}$$

$$\boldsymbol{a_2 x + b_2 y = c_2}$$

dengan x dan y adalah variabel

Contoh :

1. 2x + 3y = 13 dan x + y = 5
2. 2x + 2y = 10 dan x + y = 6
3. 4a + b = 130 dan a + 4b = 70
4. 8p + q = 12000 dan p + q = 5000
5. 3r + 3s = 15 dan r +2s = 7

C. Penyelesaian Persamaan Linear

Penyelesaian sistem persamaan linear dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut :

1. Metode substitusi
2. Metode eliminasi
3. Metode grafik
4. Kombinasi (substitusi dan eliminasi)

Contoh :

1. $3x + 2y = 12$
2. $2x + y = 7$

Penyelesaian :

1. Menggunakan Metode Substitusi

Metode substitusi adalah dengan meletakkan salah satu persamaan ke persamaan lainnya.

a. Misalnya persamaan $2x + y = 7$ disubstitusikan ke persamaan $3x + 2y = 12$, maka persamaan $2x + y = 7$ kita ubah menjadi $y = -2x + 7$.

b. Masukkan persamaan $y = -2x + 7$ ke dalam persamaan $3x + 2y = 12$.

$$3x + 2((-2x) + 7) = 12$$
$$3x - 4x + 14 = 12$$
$$3x - 4x = 12 - 14$$
$$-x = -2$$
$$x = 2$$

masukkan $x = 2$ ke dalam salah satu persamaan

$$3x + 2y = 12$$
$$3(2) + 2y = 12$$
$$6 + 2y = 12$$
$$2y = 12 - 6$$
$$2y = 6$$

$y = 3$

Jadi, penyelesaiannya adalah x = 2 dan y = 3.

2. Menggunakan Metode Eliminasi

Metode eliminasi adalah metode dengan menghitung langkah salah satu variabelnya. Untuk menentukan nilai y, maka x dieliminasi dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{l|l|l}
3x + 2y = 12 & \times 2 & 6x + 4y = 24 \\
2x + y = 7 & \times 3 & 6x + 3y = 21 \\
\hline
 & & \quad y = 3
\end{array} \; -$$

Untuk menentukan nilai x, maka y dieliminasi dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{l|l|l}
3x + 2y = 12 & \times 1 & 3x + 2y = 12 \\
2x + y = 7 & \times 2 & 4x + 2y = 14 \\
\hline
 & & \quad -x = -2 \\
 & & \quad x = 2
\end{array} \; -$$

Jadi, penyelesaiannya adalah x = 2 dan y = 3.

D. Latihan Soal

1. Sebuah toko buku menjual 2 buku gambar dan 8 buku tulis seharga Rp 48.000, sedangkan untuk 3 buku gambar dan 5 buku tulis seharga Rp 37.000. Jika Ani membeli 1 buku gambar dan 2 buku tulis di toko itu, ia harus membayar sebesar berapa rupiah? **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

2. Nunik membeli 1 kg daging sapi dan 2 kg ayam potong di pasar dengan harga Rp 94.000. Nanik membeli 3 kg ayam potong dan 2 kg daging sapi dengan harga Rp 167.000. Jika harga 1 kg daging sapi dinyatakan dengan ‘x’ dan harga

1 kg ayam dinyatakan dengan ‘y’, berapa harga per kilo daging ayam dan daging sapi? **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

3. Pada sebuah toko, Hida dan Anis membeli terigu dan beras dengan merek yang sama. Hida membeli 6 kg terigu dan 10 kg beras seharga Rp 84.000, sedangkan Anis membeli 10 kg terigu dan 5 kg beras seharga Rp 70.000. Harga 8 kg terigu dan 20 kg beras adalah… **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

4. Fitra membeli 3 buku dan 2 pensil seharga Rp 11.500. Prilly membeli 4 buku dan 3 pensil dengan harga Rp 16.000. Jika ia membeli 2 buku dan 1 pensil, maka jumlah uang yang harus dibayar adalah … **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

5. Tuti membeli 2 pensil dan 3 buku tulis dengan harga Rp 15.500 di toko alat tulis. Lina membeli 4 pensil dan 1 buku tulis dengan harga Rp 13.500 di toko yang sama. Bila Putri membeli 1 pensil dan 2 buku tulis di toko tersebut, Putri harus membayar sebesar … **Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

6. Harga 2 kg apel dan 6 kg melon adalah Rp 46.000, sedangkan 4 kg apel dan 3 kg melon adalah Rp 47.000. Harga 5 kg apel dan 3 kg melon adalah… **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

7. Ibu Rita membelanjakan uangnya sebesar Rp 26.000 di toko untuk membeli 3 kg gula dan 2 kg terigu. Ibu Siska membelanjakan Rp 32.000 untuk membeli 4 kg gula dan 2 kg terigu. Di toko yang sama Ibu Retno membeli 1 kg gula dan 2 kg terigu, ia harus membayar .... **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

8. Harga 2 koper dan 5 tas adalah Rp 600.000 sedangkan harga 3 koper dan 2 tas adalah Rp 570.000. Harga sebuah koper dan 2 tas adalah …. **(Gunakan Metode Substitusi dan Metode Eliminasi)**

BAB III
PERSAMAAN KUADRAT

A. Bentuk Umum

Persamaan kuadrat adalah persamaan yang memiliki satu variabel dengan pangkat tertinggi dua.

Bentuk umumnya :

$ax^2 + bx + c = 0$

a, b, dan c adalah bilangan real

$a \neq 0$

B. Menentukan Akar-Akar Persamaan Kuadrat

- Pemfaktoran

  Bentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat difaktorkan menjadi $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$, dengan akar x_1 dan x_2.

- Rumus abc :

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

- Kuadrat sempurna

  Jika suatu persamaan memiliki kuadrat sempurna $x^2 = p$ atau $(x+p)^2 = q$, maka bisa diselesaikan dengan cara berikut:

  $x^2 = p \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{p}$

  $(x+p)^2 = q \Leftrightarrow x + p = \pm\sqrt{q}$

  $\pm\sqrt{q}$ artinya $+\sqrt{q}$ atau $-\sqrt{q}$

C. Contoh Soal

1. $x^2+8x+16 = 0$

   Jawab:

   Dua bilangan yang hasil kalinya ($x_1 \times x_2$) sama dengan 16 dan hasil jumlahnya (x_1+x_2) sama dengan 8 adalah 4 dan 4.

   $x^2+8x+16 = 0$

   $\Leftrightarrow$ $(x+4)(x+4) = 0$

   $\Leftrightarrow$ $x+4 = 0$, $x+4 = 0$

   $\Leftrightarrow$ $x_1, x_2 = -4$

2. $x^2-11x+30 = 0$

   Jawab:

   Dua bilangan yang hasil kalinya ($x_1 \times x_2$) sama dengan 30 dan hasil jumlahnya (x_1+x_2) sama dengan -11 adalah -5 dan -6.

   $x^2-11x+30 = 0$

   $\Leftrightarrow$ $(x-5)(x-6) = 0$

   $\Leftrightarrow$ $x-5 = 0$, $x-6 = 0$

   $\Leftrightarrow$ $x_1 = 5$, $x_2 = 6$

3. $x^2-6x+8 = 0$

   Jawab:

   $x^2-6x+8 = 0$

   koefisien-koefisiennya adalah a = 1, b = -6, c = 8.

   $$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

   $$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2-4.1.8}}{2.1}$$

   $$= \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{2}$$

   $$= \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2}{2}$$

$x_1 = \frac{6+2}{2}$ atau $x_2 = \frac{6-2}{2}$

$x_1 = 4$, $x_2 = 2$

4. $x^2 = 16$

   $x = \pm\sqrt{16}$

   $x = \pm 4$

   $x_1 = 4$ dan $x_2 = -4$

5. $(x+4)^2 = 36$

   $x+4 = \pm\sqrt{36}$

   $x+4 = \pm 6$

   $x = -4 \pm 6$

   $x_1 = -4 + 6$ dan $x_2 = -4-6$

   $x_1 = 2$ dan $x_2 = -10$

6. Dua persamaan $x^2 - 6x + 8 = 0$ dan $2x^2 – x - 6 = 0$ mempunyai akar persekutuan...

   Jawab:

   - $x^2 - 6x + 8 = 0$

     $(x-4)(x-2) = 0$

     $x=4$ atau $x= 2$

   - $2x^2 – x - 6 = 0$

     $(2x+3)(x-2) = 0$

     $x=-3/2$ atau $x= 2$

D. Latihan Soal

Berapakah akar kuadrat dari:

1. $x^2-2x+1 = 0$
2. $x^2+x-6 = 0$
3. $x^2-12x = 0$
4. $x^2+9x = 0$
5. $x^2-100 = 0$
6. $(x-3)^2 = 25$
7. $x^2-6x-40 = 0$
8. $x^2+4x-96 = 0$

BAB IV

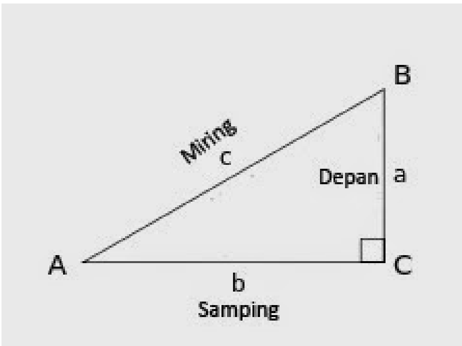
TRIGONOMETRI

Secara umum, trigonometri ialah nilai perbandingan yang tersemat pada koordinat kartesius ataupun segitiga siku-siku. Trigonometri terdiri dari sin (sinus), cos (cosinus), tan (tangen), cot (cotangen), sec (secan), cosec (cosecan).

Trigonometri (dari bahasa Yunani *trigonon* = tiga sudut dan *metro* = mengukur) adalah sebuah cabang matematika yang berhadapan dengan sudut segitiga dan fungsi trigonometrik seperti sinus, cosinus, dan tangen. Trigonometri memiliki hubungan dengan geometri, meskipun ada ketidaksetujuan tentang apa hubungannya; bagi beberapa orang, trigonometri adalah bagian dari geometri.

A. Perbandingan Trigonometri

a. Perbandingan Sisi-Sisi Suatu Segitiga



$$sinA = \frac{a}{c} \qquad cscA = \frac{1}{sinA} = \frac{c}{a}$$

$$cosA = \frac{b}{c} \qquad secA = \frac{1}{cosA} = \frac{c}{b}$$

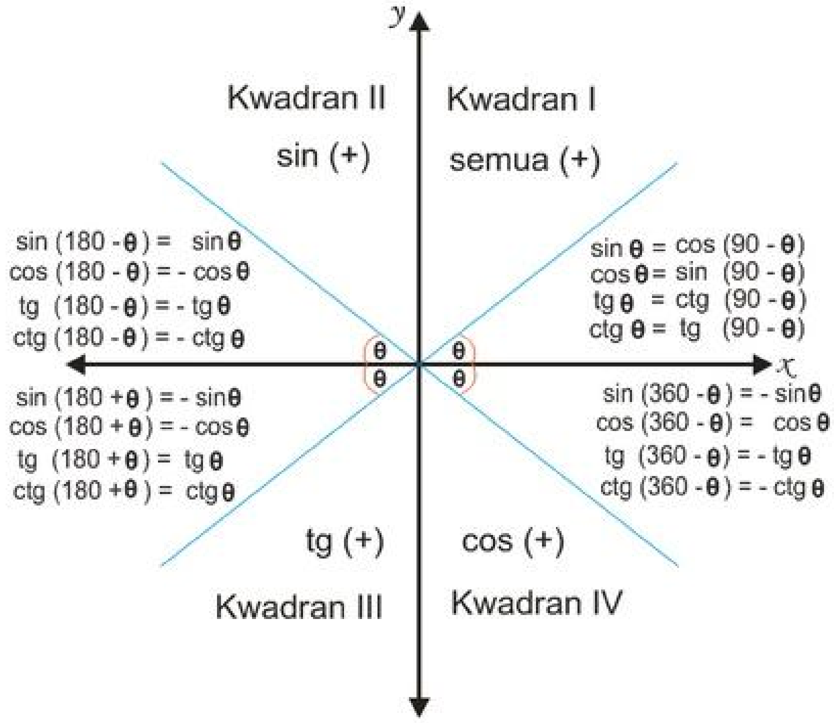
$$tanA = \frac{sinA}{cosA} = \frac{a}{b} \qquad cotA = \frac{1}{tanA} = \frac{cosA}{sinA} = \frac{b}{a}$$

b. Nilai Perbandingan Sudut-Sudut Istimewa

$\propto$	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin $\propto$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	0	-1	0
cos $\propto$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan $\propto$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0

B. Trigonometri Sudut Berelasi

Pada tiap kuadran, nilai sin, cos, dan tan dapat bernilai positif atau negatif.



C. Rumus-Rumus Segitiga Dalam Trigonometri

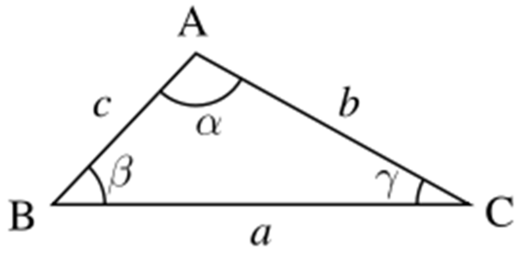
a. Hubungan Sin, Cos, dan Tan

$$sin^2 A + cos^2 A = 1$$

$$1 + tan^2 A = \frac{1}{cos^2 A} = sec^2 A$$

$$1 + cot^2 A = \frac{1}{sin^2 A} = csc^2 A$$

b. Aturan Sinus, Kosinus dan Luas Segitiga



1. Aturan Sinus

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

2. Aturan Kosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ bc\ cos\ A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\ ac\ cos\ B$$
$$c^2 = b^2 + a^2 - 2\ ab\ cos\ C$$

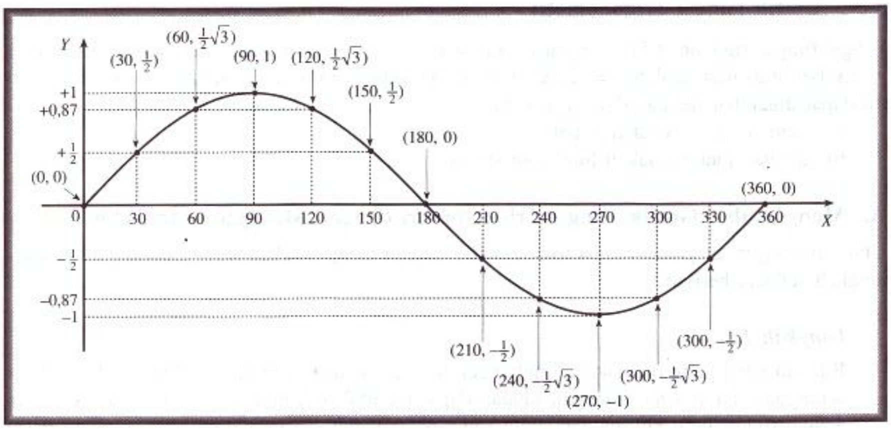
3. Luas Segitiga ABC

$$L = \frac{1}{2}\ bc\ sin\ A$$
$$L = \frac{1}{2}\ ac\ sin\ B$$
$$L = \frac{1}{2}\ ab\ sin\ C$$

D. Grafik Fungsi Trigonometri

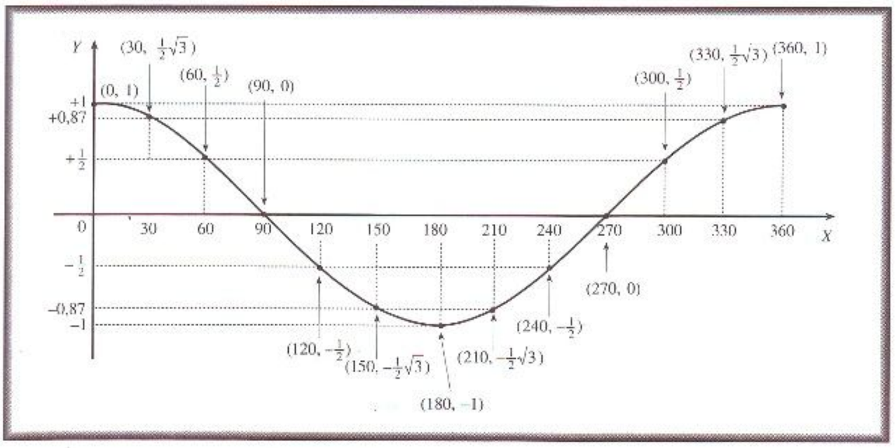
a. Grafik Fungsi Sinus

y = sin x



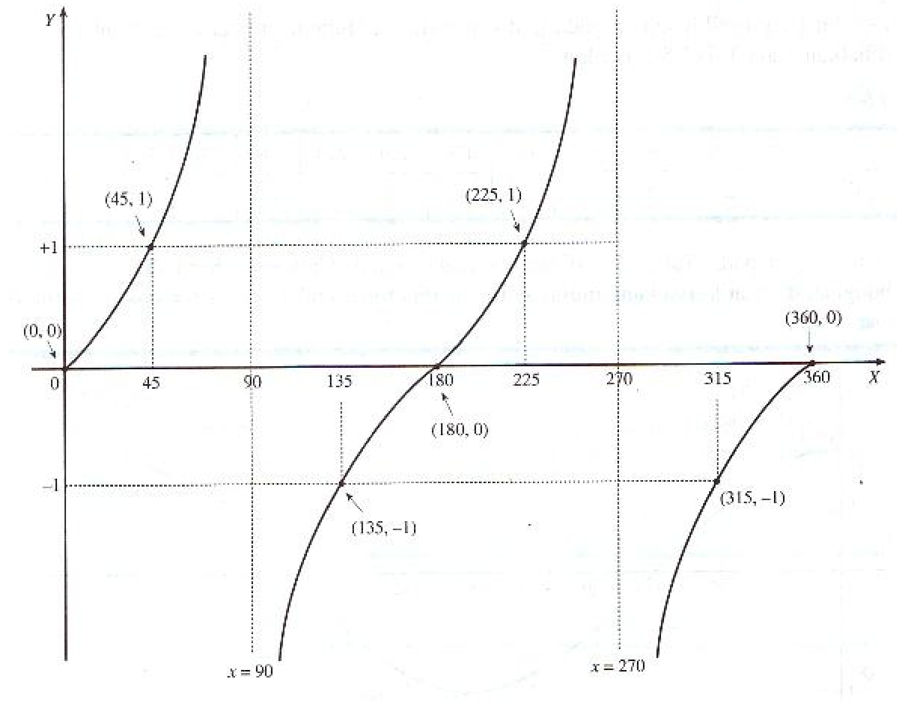
b. Grafik Fungsi Kosinus

y = cos x



c. Grafik Fungsi Tangen

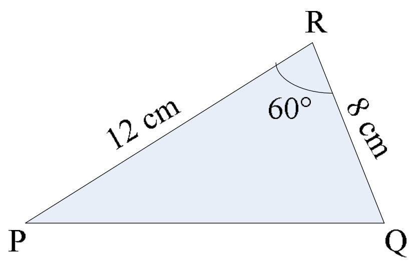
y = tan x



E. Contoh Soal dan Pembahasan

a. Diketahui segitiga PQR dengan panjang PR = 12cm, QR= 8cm, dan sudut R= 60°. Berapakah panjang PQ?

Pembahasan:



Gunakan aturan cosinus:

$PQ^2 = PR^2 + QR^2 - 2.PR.QR \cos R$

$PQ^2 = 122 + 82 - 2 (12) (8) \cos 60°$

$PQ^2 = 144 + 64 – 192 (½)$

$PQ^2 = 208 – 96$

$PQ^2 = 112$

$PQ = 4\sqrt{7}$

b. Berapakah nilai dari sin 75° + cos 105°?

Pembahasan:

sin 75° + cos 105°

= sin (30° + 45°) + cos (60° +45°)

= (sin 30°.cos 45° + cos 30°.sin 45°) +

(cos 60°.cos 45° - sin 60°.sin 45°)

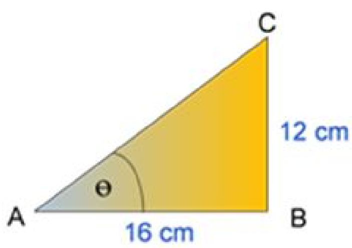
$= (\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}.\frac{1}{2}\sqrt{2}) + (\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}.\frac{1}{2}\sqrt{2})$

$= \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{6}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{2}$

F. Soal Latihan

a. Diberikan sebuah segitiga siku-siku seperti gambar berikut ini.



Tentukan:

a. panjang AC
b. sin θ
c. cos θ
d. tan θ
e. cosec θ
f. sec θ
g. cotan θ

b. Berapakah nilai dari :

i. Sin 30° + Cos 45° ?

ii. Sin 45° . Tan 60° + Cos 45° . Cot 60° ?

c. Tentukan nilai dari :

   i. *sin a* dan *cot a*, jika diketahui cos a = 3/5

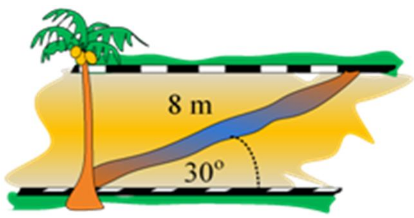
   ii. 2 sin 75 cos 15

d. Jika $0 < x < \Pi/2$ dan $2 \tan^2 x - 5 \tan x + 2 = 0$, maka berapakah nilai dari 2 sin x . cos x ?

e. Segitiga ABC diketahui sudut A = 75^0 sudut A = 60^0 dan sudut C = 45^0, maka AB : AC adalah . . . . .

f. Pada segitiga ABC diketahui AC = 6 sudut A = 120^0 dari sudut B = 30^0, maka luas segitiga ABC adalah . . . . .

g. Sebuah marka kejut dipasang melintang pada sebuah jalan dengan sudut 30° seperti ditunjukkan gambar berikut.



   Jika panjang marka kejut adalah 8 meter, tentukan lebar jalan tersebut!

h. Diketahui p dan q adalah sudut lancip dan p – q = 30°.
   Jika cos p sin q = 1/6 , maka nilai dari sin p cos q adalah . . . . .

BAB V
LOGIKA DASAR

Dalam **logika matematika**, kita belajar untuk mementukan nilai dari suatu pernyataan, baik bernilai benar atau salah. Pernyataan sendiri terbagi menjadi 2 jenis, yaitu:

1. **Pernyataan tertutup (kalimat tertutup)**

   Pernyataan tertutup atau kalimat tertutup adalah suatu pernyataan yang sudah memiliki nilai benar atau salah.

   Contoh:

   "5 adalah bilangan genap", kalimat tersebut bernilai salah karena yang benar adalah "5 adalah bilangan ganjil".

2. **Pernyataan terbuka (kalimat terbuka)**

   Pernyataan terbuka atau kalimat terbuka adalah suatu pernyataan yang belum dapat ditentukan nilai kebenarannya karena adanya suatu perubah atau variabel.

   Contoh logika matematika:

   $p(x) : 3x + 1 > 6, x \in \mathbb{R}$

   Saat $x = 1$, maka $p(1) : 3(1) + 1 > 6$ bernilai salah

   Saat $x = 2$, maka $p(2) : 3(2) + 1 > 6$ bernilai benar

A. Ingkaran atau Negasi dari suatu Pernyataan

Ingkaran atau negasi adalah kebalikan nilai dari suatu pernyataan, dimana ketika suatu pernyataan bernilai benar, maka negasinya bernilai salah dan saat suatu pernyataan bernilai salah, negasinya bernilai benar. Ingkaran atau negasi dari pernyataan p dilambangkan dengan $\sim p$.

B. Pernyataan Kuantor

Pernyataan kuantor adalah bentuk logika matematika berupa pernyataan yang memiliki kuantitas. Dalam pernyataan kuantor, pada umumnya terdapat kata semua, seluruh, setiap, beberapa, ada, dan sebagian.

Kata-kata yang senilai dengan seluruh, semua, setiap termasuk dalam kuantor universal dan kata-kata yang senilai dengan sebagian, beberapa, ada termasuk dalam kuantor eksistensial. Kuantor universal dan kuantor eksistensial saling beringkaran.

p: semua orang adalah sarjana (Kuantor universal)

$\sim p$: sebagian orang adalah tidak sarjana

C. Pernyataan Majemuk, Bentuk Ekuivalen dan Ingkarannya

Dalam logika matematika, beberapa pernyataan dapat dibentuk menjadi satu pernyataan dengan menggunakan kata penghubung logika seperti dan, atau, maka dan jika dan hanya jika. Pernyataan gabungan tersebut disebut dengan pernyataan majemuk. Kata hubung tersebut masing-masing memiliki lambang dan istilah sendiri.

Kata hubung	Lambang	Istilah
Dan	$\wedge$	Konjungsi
Atau	$\vee$	Disjungsi
Maka	$\Rightarrow$	Implikasi
Jika dan hanya jika	$\Leftrightarrow$	Biimplikasi

D. Tabel Kebenaran Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Dari tabel diatas dapat disimpulkan bahwa sifat dari konjungsi adalah bernilai benar jika kedua pernyataan penyusun dari peryataan majemuk keduanya bernilai benar.

E. Tabel Kebenaran Disjungsi

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Dari tabel diatas dapat disimpulkan bahwa sifat dari disjungsi adalah bernilai salah jika kedua pernyataan penyusun dari peryataan majemuk keduanya bernilai salah.

F. Tabel Kebenaran Implikasi

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Pada sifat implikasi ini, $p \Rightarrow q$, p disebut sebagai hipotesa dan q sebagai konklusi. Pada implikasi ini akan bernilai salah ketika konklusi salah dan hipotesa benar.

G. Tabel Kebenaran Biimplikasi

Pada sifat biimplikasi, penyataan majemuk akan bernilai benar jika kedua pernyataan penyusunnya bernilai sama, keduanya benar atau keduanya salah.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

H. Tautologi dan Kontradiksi

Tautologi adalah pernyataan majemuk yang selalu benar untuk semua kemungkinan yang ada dan kontradiksi adalah kebalikannya, yaitu pernyataan majemuk yang bernilai salah untuk semua kemungkinan yang ada.

I. Bentuk Ekuivalen Pernyataan Majemuk

Pernyataan majemuk yang memiliki nilai sama untuk semau kemungkinannya dikatakan ekuivalen. Notasi ekuivalen dalam logika matematika adalah "$\equiv$".

Bentuk-bentuk pernyataan yang saling ekuivalen adalah:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$
$$p \wedge q \equiv q \vee p$$
$$p \vee q \equiv q \wedge p$$
$$p \Rightarrow \sim q \equiv q \Rightarrow \sim p$$
$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$
$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$
$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
$$p \Rightarrow (p \vee q)(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$$
$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

J. Ingkaran Pernyataan Majemuk

Ingkaran Konjungsi: $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Ingkaran Disjungsi: $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Ingkaran Implikasi: $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Ingkaran Biimplikasi: $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

K. Konvers, Invers dan Kontraposisi

Konvers, invers dan kontraposisi adalah bentuk lain dari implikasi, dimana:

Konvers dari $p \Rightarrow q$ adalah $q \Rightarrow p$

Invers dari $p \Rightarrow q$ adalah $\sim p \Rightarrow \sim q$

Kontraposisi dari $p \Rightarrow q$ adalah $\sim q \Rightarrow \sim p$

L. Penarikan Kesimpulan (Logika Matematika)

Penarikan kesimpulan adalah konklusi dari beberapa pernyataan majemuk (premis) yang saling terkait. Dalam penarikan kesimpulan terdiri dari beberapa cara, yaitu:

a. Modus Ponens

$p \Rightarrow q$	(B) ... Premis 1
p	(B) ... Premis 2
$\therefore q$	(B) ... Kesimpulan

b. Modus Tollens

$p \Rightarrow q$	(B) ... Premis 1
$\sim q$	(B) ... Premis 2
$\therefore \sim p$	(B) ... Kesimpulan

c. Silogisme

$p \Rightarrow q$	(B) ... Premis 1
$q \Rightarrow r$	(B) ... Premis 2
$\therefore p \Rightarrow r$	(B) ... Kesimpulan

M. Contoh Soal dan Pembahasan

1. Premis 1 : Jika Andi rajin belajar, maka Andi juara kelas

   Premis 2 : Andi rajin belajar

   Kesimpulan dari kedua premis diatas adalah ….

   Pembahasan

   Premis 1 : $p \Rightarrow q$

   Premis 2 : p

   Kesimpulan : q (modus ponens)

   Jadi kesimpulannya adalah Andi juara kelas.

2. Premis 1 : Jika <u>hari hujan</u>, maka sekolah libur

   Premis 2 : sekolah tidak libur

   Kesimpulan dari kedua premis diatas adalah ….

Pembahasan

Premis 1 : $p \Rightarrow q$

Premis 2 : $\sim q$

Kesimpulan : (modus tollens)

Jadi kesimpulannya adalah hari tidak hujan.

3. Premis 1 : Jika Ani nakal, maka Ibu marah

   Premis 2 : Jika Ibu marah, maka Ani tidak dapat uang saku

   Kesimpulan dari kedua premis diatas adalah …

   Pembahasan

   Premis 1 : $p \Rightarrow q$

   Premis 2 : $q \Rightarrow r$

   Kesimpulan : $p \Rightarrow r$(silogisme)

   Jadi kesimpulannya adalah Jika Ani nakal, maka Ani tidak dapat uang saku.

4. Tentukan negasi (ingkaran) dari pernyataan-pernyataan berikut:

   a) p : Semua dokter memakai baju putih saat bekerja.

   b) p : Semua jenis burung bisa terbang

   c) p : Semua anak mengikuti ujian fisika hari ini.

   Pembahasan

   Pernyataan yang memuat kata "Semua" atau "Setiap" negasinya memuat kata "Beberapa" atau "Ada" seperti berikut:

   a) ~p : Ada dokter tidak memakai baju putih saat bekerja.

   b) ~p : Beberapa jenis burung tidak bisa terbang

   c) ~p : Beberapa anak tidak mengikuti ujian fisika hari ini.

5. Ingkaran dari pernyataan “Beberapa bilangan prima adalah bilangan genap” adalah....

   A. Semua bilangan prima adalah bilangan genap.

   B. Semua bilangan prima bukan bilangan genap.

C. Beberapa bilangan prima bukan bilangan genap.

D. Beberpa bilangan genap bukan bilangan prima.

E. Beberapa bilangan genap adalah bilangan prima.

(Soal UN Matematika Tahun 2008 P12)

Pembahasan

p : Beberapa bilangan prima adalah bilangan genap

~p : Semua bilangan prima bukan bilangan genap

6. Tentukan pernyataan majemuk hasil penggabungan pasangan-pasangan pernyataan berikut dengan menggunakan operasi konjungsi (DAN):

   i) p : Hari ini Jakarta hujan

   q : Hari ini Jakarta banjir

   ii) p : Iwan memakai topi

   q : Iwan memakai dasi

   iii) p : Mahesa anak jenius.

   q : Mahesa anak pemalas.

   Pembahasan

   i) p : Hari ini Jakarta hujan

   q : Hari ini Jakarta banjir

   $p \wedge q$: Hari ini Jakarta hujan dan banjir

   ii) p : Iwan memakai topi

   q : Iwan memakai dasi

   $p \wedge q$: Iwan memakai topi dan dasi

   iii) p : Mahesa anak jenius.

   q : Mahesa anak pemalas.

   $p \wedge q$: Mahesa anak jenius tetapi pemalas

   Kata "dan" bisa diganti dengan "tetapi", "walaupun", "meskipun" selaraskan dengan pernyataan.

7. Diberikan dua pernyataan sebagai berikut:

   p : Hari ini Jakarta hujan lebat.

   q : Hari ini aliran listrik putus.

   Nyatakan dengan kata-kata:

   a) $p \wedge q$

   b) $p \wedge \sim q$

   c) $\sim p \wedge q$

   d) $\sim p \wedge \sim q$

   Pembahasan

   a) Hari ini Jakarta hujan lebat dan aliran listrik putus

   b) Hari ini Jakarta hujan lebat dan aliran listrik tidak putus

   c) Hari ini Jakarta tidak hujan lebat dan aliran listrik putus

   d) Hari ini Jakarta tidak hujan lebat dan aliran listrik tidak putus

8. Diberikan data:

   Pernyataan p bernilai salah

   Pernyataan q bernilai benar

   Tentukan nilai kebenaran dari konjungsi di bawah ini:

   a) $p \wedge q$

   b) $p \wedge \sim q$

   c) $\sim p \wedge q$

   d) $\sim p \wedge \sim q$

   Pembahasan

   Tabel Nilai kebenaran untuk konjungsi :

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Terlihat bahwa konjungsi bernilai benar jika kedua pernyataan bernilai benar.

Kita terapkan pada soal salah satunya dengan cara tabel:

p	q	~p	~q	p ∧ q	p ∧ ~q	~p ∧ q	~p ∧ ~q
S	B	B	S	S	S	B	S

Dari tabel di atas

a) p ∧ q bernilai salah

b) p ∧ ~q bernilai salah

c) ~p ∧ q bernilai benar

d) ~p ∧ ~q bernilai salah

9. Gabungkan pasangan pernyataan-pernyataan berikut dengan menggunakan operasi disjungsi (ATAU):

a) p : Ibu memasak ayam goreng

q : Ibu membeli soto babat di pasar

b) p : Pak Bambang mengajar matematika

q : Pak Bambang mengajar bahasa inggris

Pembahasan

a) p : Ibu memasak ayam goreng

q : Ibu membeli soto babat di pasar

p ∨ q : Ibu memasak ayam goreng atau membeli soto babat di pasar.

b) p : Pak Bambang mengajar matematika

q : Pak Bambang mengajar bahasa inggris

p ∨ q : Pak Bambang mengajar matematika atau bahasa inggris

BAB VI

RELASI DAN FUNGSI

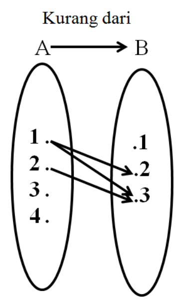
A. RELASI

1. Pengertian Relasi

Relasi adalah suatu aturan yang memasangkan anggota himpunan ke himpunan lain. Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pemasangan atau perkawanan atau korespondensi dari anggota-anggota himpunan A ke anggota-anggota himpunan B.

Contoh :

Diketahui A = { 1, 2, 3, 4 } dan B = { 1, 2, 3 } . Jika Himpunan A ke himpunan B dinyatakan relasi " kurang dari", maka lebih jelasnya dapat ditunjukkan pada gambar di bawah :



Gambar 1. Diagram Relasi

Diagram diatas dinamakan diagram panah Arah relasi ditunjukkan dengan anak panah dan nama relasinya adalah " kurang dari "

2. Menyatakan Relasi

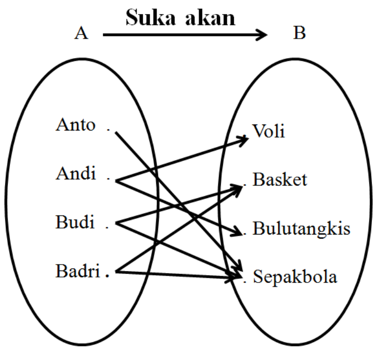
Relasi antara dua himpunan dapat dinyatakan dengan 3 cara , yaitu : Diagram Panah , Diagram Cartesius , dan Himpunan pasangan berurutan.

a. Diagram Panah

Contoh :

1) Jika Anto suka sepakbola , Andi suka voli dan bulutangkis serta Budi dan Badri suka basket dan sepakbola . Buatlah Diagram Panah keadaan tersebut apabila A adalah himpunan anak dan B adalah himpunan olahraga .

Pembahasan



Gambar 2. Diagram Panah

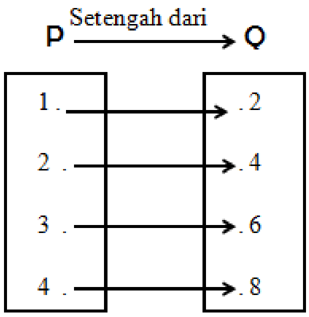
2) Diketahui P = { 1, 2, 3, 4 } dan Q = { 2, 4, 6, 8 } . Gambarlah diagram panah yang menyatakan relasi dari P dan Q dengan hubungan :

a) Setengah dari

b) Faktor dari

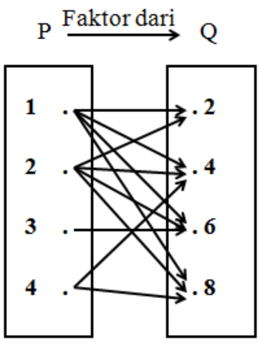
Pembahasan

a) Setengah dari



Gambar 3. Diagram Panah Setengah dari

b) Faktor dari



Gambar 4. Diagram Panah Faktor dari

b. Diagram Cartesius

Contoh :

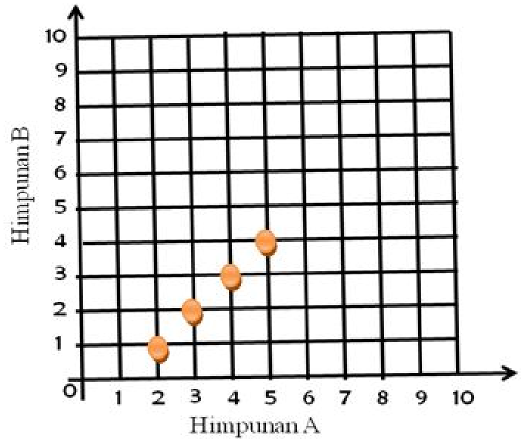
1) Diketahui A = { 1, 2, 3, 4, 5 } dan B = { 1, 2, 3, …, 10 }. Gambarlah diagram cartesius yang menyatakan relasi A ke B dengan hubungan :

a) Satu lebihnya dari

b) Akar kuadrat dari

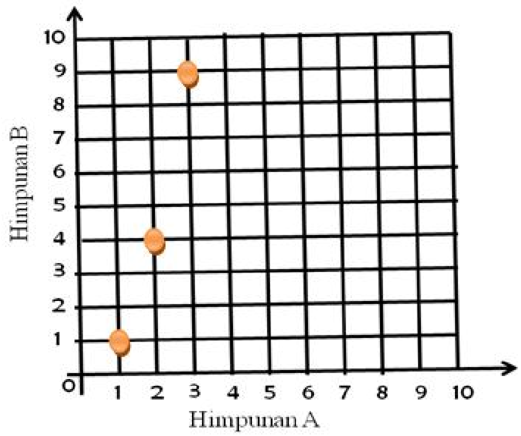
Pembahasan

a) Satu lebihnya dari



Gambar 5. Diagram Cartesius Satu lebihnya dari

b) Akar kuadrat dari



Gambar 5. Diagram Cartesius Akar kuadrat dari

c. Himpunan Pasangan Berurutan

Contoh :

Himpunan A = { 1, 2, 3, … , 25} dan B = { 1, 2, 3, … , 10 } . Tentukan himpunan pasangan berurutan yang menyatakan relasi A ke B dengan hubungan :

a) Kuadrat dari
b) Dua kali dari
c) Satu kurangnya dari

Pembahasan

a) { (1,1), (4,2), (9,3),(16,4), (25,5) }

b) { (2,1), (4,2), (6,3), (8,4), (10,5), (12,6), (14,7),(16,8), (18,9),(20,10) }

c) { (1,2) , (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8), (8,9), (9,10) }

3. Latihan Soal

1. K = {3, 4, 5} dan L = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, himpunan pasangan berurutan yang menyatakan relasi "dua lebihnya dari" dari himpunan K ke L adalah ….

   a. {(3, 5), (4, 6)}

   b. {(3, 1), (4, 2), (5, 3)}

   c. {(3, 5), (4, 6), (5, 7)}

   d. {(3, 2), (4, 2), (5, 2)}

2. Dari himpunan pasangan berurutan berikut ini :

   I. {(1, 2), (2, 2), (3, 3)}

   III. {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)}

   II. {(1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 2)}

   IV. {(1, 1), (1, 2), (2, 3), (2, 4)}

   Yang merupakan pemetaan adalah …

   a. IV

   b. III

   c. II

   d. I

3. Dari himpunan pasangan berurutan berikut yang merupakan fungsi adalah…

   a. {(1,2),(2,4)(3,6),(4,6)}

   b. {(0,6),(1,4)(0,9),(1,6)}

c. {(1,2),(1,4)(0,4),(1,6)}

d. {(0,1),(0,2)(1,3),(1,4)}

4. Jika A himpunan siswa disuatu sekolah dan B himpunan tanggal lahirnya, maka relasi dari himpunan A ke B merupakan…..

   a. Fungsi

   b. Bukan fungsi

   c. Perkawanan satu-satu

   d. Fungsi dan bukan perkawanan satu-satu

5. Pada pemetaan {(1,6),(2,5),(3,7),(4,0),(5,1)} domainnya adalah……..

   a.{ 1,2,3,4,5,6,7}

   b.{ 1,2,3,4,5}

   c.{ 1,2,3 }

   d.{0}

6. Pasangan berurutan berikut yang bukan merupakan pemetaan atau fungsi dari A = (a,b,c) ke B = {1,2} adalah…..

   a.{(a,1),(b,2),(c,1)}

   b.{(a,1),(b,2),(c,2)}

   c.{(a,2),(b,1),(c,1)}

   d.{(a,1),(b,1),(c,2),(c,1)}

7. Diketahui perkawanan satu-satu {(0,1),(1,2),(3,4)} maka daerah hasilnya adalah……

   a.{0,1,3}

   b.{0,1,2,3,4}

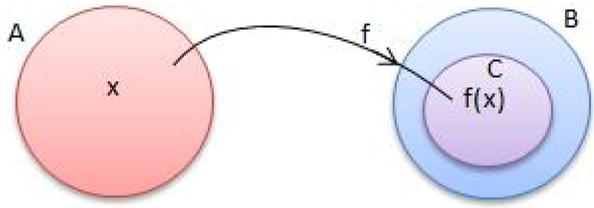
   c.{0,1,2}

   d.{1,2,4}

B. FUNGSI

1. Pengertian Fungsi

Fungsi merupakan relasi dua himpunan A dan B yang memasangkan setiap anggota pada himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B.



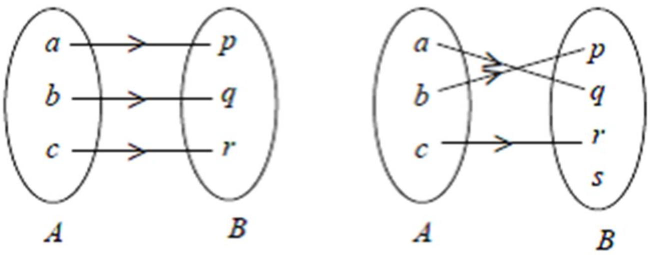
- himpunan A disebut domain (daerah asal),
- himpunan B disebut kodomain (daerah kawan),
- himpunan anggota B yang pasangan (himpunan C) disebut range (hasil)fungsi f.

2. Sifat-Sifat Fungsi

a. Fungsi injektif (satu-satu)

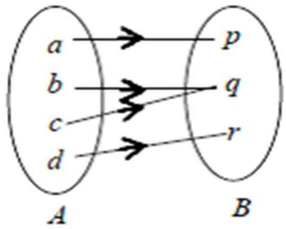
Jika fungsi f: A →B, setiap b ∈ B hanya mempunyai satu kawan saja di A,

Contoh :



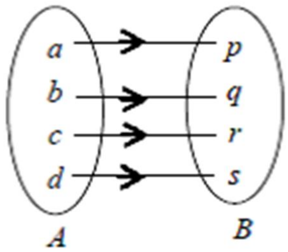
b. Fungsi surjektif (onto)

Pada fungsi f : A→B, setiap b ∈ B mempunyai kawan di A.



c. Fungsi bijektif (korespondensi satu-satu)

Suatu fungsi yang bersifat injektif sekaligus surjektif.



3. Aljabar Fungsi

a. Penjumlahan f dan g

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$.

Contoh Soal:

Diketahui $f(x) = x + 2$ dan $g(x) = x^2 - 4$. Tentukan $(f+g)(x)$.

Pembahasan

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f+g)(x) = x + 2 + x^2 - 4$

$(f+g)(x) = x^2 + x - 2$

b. Pengurangan f dan g

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$.

Contoh soal

Diketahui $f(x) = x^2 - 3x$ dan $g(x) = 2x + 1$. Tentukan $(f-g)(x)$.

Pembahasan

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$(f-g)(x) = x^2 - 3x - (2x + 1)$

$(f-g)(x) = x^2 - 3x - 2x - 1$

$(f-g)(x) = x^2 - 5x - 1$

c. Perkalian f dan g

$(f.g)(x) = f(x) .g(x).$

Contoh soal

Diketahui

$f(x) = x - 5$ dan $g(x) = x^2 + x$. Tentukan $(f \times g)(x)$.

Pembahasan

$(f \times g)(x) = f(x) .g(x)$

$(f \times g)(x) = (x-5)(x^2+x)$

$(f \times g)(x) = x^3 + x^2 - 5x^2 - 5x$

$(f \times g)(x) = x^3 - 4x^2 - 5x$

d. Pembagian f dan g

$(f/g)\ (x) = f(x)/g(x)$

Contoh soal

Diketahui $f(x) = x^2 - 4$ dan$g(x) = x + 2$. Tentukan $(f/g)(x)$.

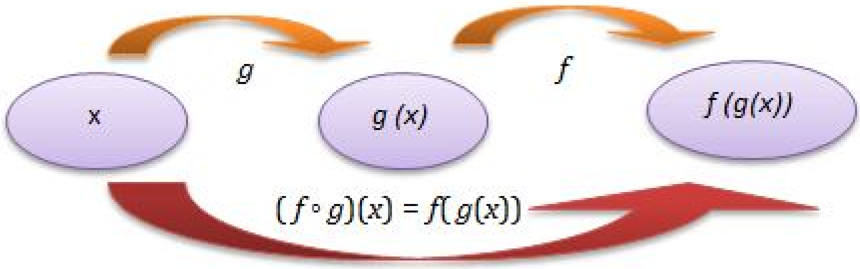
Pembahasan

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x + 2} = x - 2$$

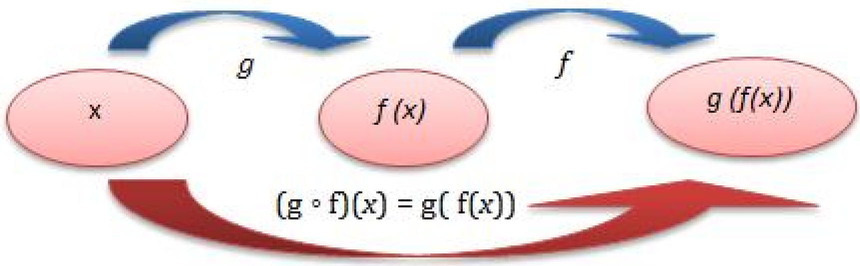
4. Fungsi Komposisi

Fungsi komposisi dapat ditulis sebagai berikut:

•$(f \circ g)(x) = f\,(g(x))$→komposisi g (fungsi f bundaran g atau fungsi komposisi dengan g dikerjakan lebih dahulu dari pada f).



•(g∘f)(x)=g(f(x))→komposisi f(fungsi g bundaran f atau fungsi komposisi dengan f dikerjakan lebih dahulu daripada g).



5. Sifat Fungsi Komposisi

a. Tidak berlaku sifat komutatif, $(f\circ g)(x) \neq (g\circ f)(x)$.

b. Berlaku sifat asosiatif, $(f\circ(g\circ h))(x) = ((f\circ g)\circ h)(x)$.

c. Terdapat unsur identitas $(l)(x)$, $(f \circ l)(x) = (l \circ f)(x) = f(x)$.

Contoh soal

Diketahui $f(x) = 2x–1$, $g(x) = x^2 + 2$.

a. Tentukan $(g\circ f)(x)$.

b. Tentukan $(f\circ g)(x)$.

c. Apakah berlaku sifat komutatif: $g\circ f = f\circ g$?

Pembahasan

a. $(g\circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x–1) = (2x–1)^2+2$

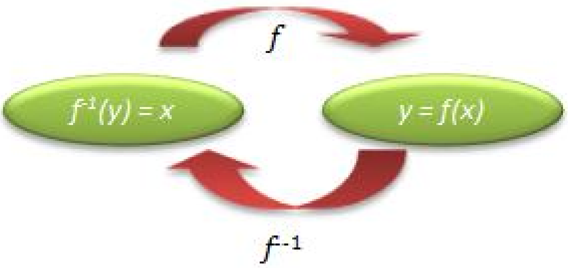
$$= 4x^2–4x + 1 + 2 = 4x^2–4x+ 3$$

b. $(f\circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2+ 2) = 2(x^2+ 2) –1 = 2x^2+ 4 –1 = 4x^2+ 3$

c. Tidak berlaku sifat komutatif karena $g\circ f^1 f\circ g$

6. Fungsi Invers

a. $f^{-1}(x)$ adalah invers dari fungsi $f(x)$.



b. Menentukan fungsi invers :

mengganti $f(x) = y = ...$" menjadi "$f^{-1}(y) = x = ...$"

c. Hubungan sifat fungsi invers dengan fungsi komposisi

i. $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x)$

ii. $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$

iii. $(f \circ g)(x) = h(x) \rightarrow f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$

7. Contoh Soal dan Pembahasan

1) Diketahui fungsi $g(x) = x + 1$ dan $f(x) = x^2 + x - 1$. Komposisi fungsi $(f \circ g)(x) = ...$

A. $x^2 + 3x + 3$

B. $x^2 + 3x + 2$

C. $x^2 - 3x + 3$

D. $x^2 + 3x - 1$

E. $x^2 + 3x + 1$

Pembahasan

Menentukan $(f \circ g)(x)$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+1) = (x+1)^2 + (x+1) - 1$

$(f \circ g)(x) = x^2 + 2x + 1 + x = x^2 + 3x + 1$

Jawaban : E

2) Diketahui f(x)=px+q/x+2, q≠0 jika f-1menyatakan invers dari f dan f-1(q)= -1 maka f 1(2q) =...

A. -3

B. -2

C. -3/2

D. 3/2

E. 3

Pembahasan

$$f(x) = \frac{px+q}{x+2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x+q}{x-p}$$

$f^{-1}(q) = -1$

$$\frac{-2(q)+q}{(q)-p} = -1$$

-q – p= q

p=0

sehingga

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x+q}{x-(0)} = \frac{-2x-q}{x}$$

Menentukan $f^{-1}(2q)$

$$f-1(2q) = \frac{-2(2q)+q}{2q} = \frac{3q}{2q} = -\frac{3}{2}$$

Jawaban : C

3) Ditentukan g (f(x)) = f(g(x)). Jika f(x)= 2x + p dan g(x) = 3x + 120 maka nilai p = ...

A. 30

B. 60

C. 90

D. 120

E. 150

Pembahasan

Menentukan nilai p

g(f(x)) = f(g(x))

g (2x+p) = f(3x+ 120)

3 (2x+p) + 120 = 2 (3x+ 120) +p

6x+ 3p+ 120 = 6x+ 240+p

2p = 120

p = 60

Jawaban : B

4) Misalkan f : R→R dan g : R→R, f(x) = x + 2 dan (g ∘f)(x) = $2x^2+4x-6$, Misalkan juga x1 dan x2 adalah akar-akar dari g(x) = 0 maka x1+ 2x2=...

A. 0

B. 1

C. 3

D. 4

E. 5

Pembahasan

Menentukan g(x)

$(g \circ f)(x) = 2x^2+ 4x – 6$

$g(f(x)) = 2x^2+ 4x – 6$

$g(x+2) = 2x^2+ 4x - 6$

$g(x) = 2(x - 2)^2 + 4(x - 2) – 6 = 2x^2 – 8x + 8 + 4x – 8 – 6 = 2x^2 – 4x – 6$

menentukan x1+ 2x2

g(x) = 0

$2x^2 – 4x – 6 = 0$

$x^2 – 2x – 3 = 0$

(x-3)(x+1) = 0

x1=3 → x2= -1, jadi 3

$x1 = 2x2 = 3+2(-1) = 1$

atau $x1 = -1 \rightarrow x2 = 3$, jadi

$x1 + 2x2 = (-1) + 2(3) = 5$

Jawaban : B

8. Latihan Soal

1. Diketahui $f : R \rightarrow R$, $g : R \rightarrow R$ dirumuskan oleh $f(x) = x^2 - 4$ dan $g(x) = 2x - 6$.

   Jika $(f \circ g)(x) = -4$, nilai x = ...

   A. -6

   B. -3

   C. 3

   D .3 atau -3

   E. 6 atau -6

2. Diketahui fungsi $f(x) = x - 4$ dan $g(x) = x^2 - 3x + 7$. Fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$ = ...

   A. $x^2 - 3x + 3$

   B. $x^2 - 3x + 11$

   C. $x^2 - 11x + 15$

   D. $x^2 - 11x + 27$

   E. $x^2 - 11x + 35$

3. Jika f-1(x) merupakan invers dari fungsi f(x) = 2x-4/x-3, $x \neq 3$ maka nilai f-1(4) adalah...

   A. 0

   B. 4

   C. 6

   D. 8

   E. 10

4. Diketahui fungsi $f(x) = 2x + 1$ dan $(f \circ g)(x+1) = -2x2-4x -1$. Nilai $g(-2)$=...

   A. -5

   B. -4

   C. -1

   D. 1

   E. 5

BAB VII
STATISTIKA

A. RUMUS STATISTIKA PADA DATA TUNGGAL

1. Rata-rata hitung/Mean ($\bar{x}$)

   a. Jika ada data: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, maka :

   $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$ atau

   $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$, dengan i = 1, 2, 3, …, n

   Contoh:

   Tentukan mean dari data: 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 5

   Pembahasan

   $\bar{x} = \frac{4 + 3 + 2 + 5 + 6 + 7 + 8 + 5}{8} = \frac{40}{8} = 5$

   Jadi, meannya adalah 5

   b. Jika ada data: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, masing-masing dengan frekuensi $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ maka:

   $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \ldots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n}$

   $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$, dengan i = 1, 2, 3, …, n

   Contoh:

   Tentukan mean dari data berikut:

x_i	15	16	17	18	19	20
Frekuensi (f_i)	4	5	3	7	10	1

   Pembahasan

$f_i x_i$	60	80	51	126	190	20

   $\Sigma f_i x_i = 527$

   $\Sigma f_i = 30$

   Jadi, diperoleh mean

$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{527}{30} = 17,57$

c. Jika data kelompok I mempunyai rata-rata x_1, kelompok II mempunyai rata-rata x_2 dan seterusnya, maka rata-rata keseluruhan adalah:

$\bar{x}_{\text{total}} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + n_3 \bar{x}_3 + \ldots}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots}$

Contoh:

Tiga kelas A, B, C berurut-urut terdiri dari 10 siswa, 20 siswa, dan 15 siswa. Rata-rata nilai gabungan dari ketiga kelas adalah 55. Jika rata-rata kelas A dan C berurut-urut 56 dan 65, tentukan rata-rata nilai kelas B.

Pembahasan

Kelas A : $n_A = 10$ dan $\bar{x}_A = 56$

Kelas C : $n_c = 15$ dan $\bar{x}_C = 65$

Kelas B : $n_b = 20$ dan $\bar{x}_B = ?$

$\bar{x}_{\text{total}} = 55$

$55 = \frac{n_A \bar{x}_A + n_B \bar{x}_B + n_C \bar{x}_C}{n_A + n_B + n_C}$

$55 = \frac{10.56 + 20.\bar{x}_B + 15.65}{10 + 20 + 15}$

$55 = \frac{560 + 20.\bar{x}_B + 975}{45}$

$20\, \bar{x}_B + 1535 = 2475$

$20\, \bar{x}_B = 940$

$\bar{x}_B = 47$

Jadi, rata-rata nilai kelas B adalah 47

2. Modus (M_0)

Modus (M_0) adalah nilai data yang paling sering muncul atau nilai data yang mempunyai frekuensi terbesar.

Contoh:

Data: 4, 7, 7, 7, 5, 4, 9 mempunyai modus 7.

Data: 3, 9, 7, 8, 9, 7, 4, 7, 5, 9 mempunyai modus 7 dan 9.

Data: 2, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 17 tidak mempunyai modus.

3. Median (M_e)

   Median (M_e) adalah nilai yang letaknya di tengah dari data yang sudah diurutkan mulai dari yang terkecil.

   a. Jika banyaknya data ganjil (*n* ganjil) maka:

      $M_e = \frac{x_n+1}{2}$

      Contoh:

      Tentukan median dari data: 2, 4, 3, 3, 7, 2, 6, 12, 8

      Pembahasan

      n = 9

      Data diurutkan: 2, 2, 3, 3, 4, 6, 7, 8, 12

      $M_e = \frac{x_9+1}{2} = x_5 = 4$

   b. Jika banyaknya data ganjil (*n* genap) maka:

      $M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}}+1}{2}$

      Tentukan median dari data: 4, 8, 7, 3, 6, 7, 9, 8, 2, 1

      Pembahasan

      n = 10

      Data diurutkan: 1, 2, 3, 4, 6, | 7, 7, 8, 8, 9

      $M_e = \frac{x_{\frac{10}{2}} + x_{\frac{10}{2}}+1}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$

      Jadi, mediannya adalah 6,5

B. RUMUS STATISTIK PADA DATA BERKELOMPOK

1. Rata-rata hitung/mean (*X*)

   $\overline{x} = x_s + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

   Keterangan:

   x_s = rata-rata sementara (nilai tengah dari salah satu interval kelas)

   x_i = nilai tengah pada interval kelas ke-i

$d_i = x_i - x_s$

f_i = frekuensi kelas ke-i

Contoh:

Berat badan siswa pada suatu kelas sebagai berikut

Berat badan (kg)	Frekuensi (f_i)
45 – 49	4
50 – 54	5
55 – 59	10
60 – 64	11
65 – 69	8
70 – 74	2

Tentukan rataan/mean berat badan!

Pembahasan

kg	f_i	x_i	$d_i = x_i - x_s$	$f_i \cdot d_i$	$f_i \cdot x_i$
45 – 49	4	47	- 15	- 60	18
50 – 54	5	52	- 10	- 50	260
55 – 59	10	57	-5	-50	570
60 – 64	11	62 (x_s)	0	0	682
65 – 69	8	67	5	40	536
70 – 74	2	72	10	20	144
Jumlah	40			- 100	2.380

$$X = x_s + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

$$\overline{x} = 62 + \frac{(-100)}{40}$$

$$= 62 - 2{,}5 = 59{,}5$$

Jadi mean berat badan adalah 59,5 kg.

2. Modus (M_0)

$M_0 = t_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) . c$

Keterangan:

t_b = tepi bawah pada kelas modus.

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dan frekuensi sebelumnya.

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dan frekuensi sesudahnya.

c = lebar/panjang interval kelas.

Contoh:

Perhatikan tabel distribusi nilai ulangan matematika sebagai berikut:

Nilai	Frekuensi
41 – 50	2
51 – 60	4
61 – 70	10
71 – 80	12
81 – 90	9
91 – 100	3

Modus dari data di samping adalah…

Pembahasan

Interval kelas modus terletak pada kelas 71 – 80, maka:

$t_b = 71 - 0{,}5 = 70{,}5$

$d_1 = 12 - 10 = 2$

$d_2 = 12 - 9 = 3$

$c = 10$

$M_0 = t_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) . c$

$M_0 = 70{,}5 + \left(\frac{2}{2 + 3}\right) . 10 = 74{,}5$

Jadi, nilai modusnya adalah 74,5

3. Median

$M_e = t_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_i}\right) . c$

Keterangan:

t_b = tepi bawah pada kelas modus.

n = banyaknya data

f_k = frekuensi kumulatif sebelum kelas median

f_i = frekuensi kelas median

c = panjang kelas

Contoh:

Diberikan data skor siswa suatu kelas sebgai berikut:

Skor	Banyaknya Siswa
40 – 49	1
50 – 59	4
60 – 69	8
70 – 79	14
80 – 89	10
90 – 99	3

Tentukan median dari data pada tabel.

Pembahasan

Skor	f_i	f_k
40 – 49	1	1
50 – 59	4	5
60 – 69	8	13
70 – 79	14	27
80 – 89	10	37
90 – 99	3	40

c = 10;

$\frac{1}{2}n = \frac{1}{2} x\ 40 = 20.$

Kelas M_e adalah 70 – 79, sehingga t_b = 70 – 0,5 = 69,5

$$M_e = t_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_i}\right).c$$

$$M_e = 69{,}5 + \left(\frac{20-13}{14}\right).10 = 74{,}5$$

Jadi, nilai mediannya adalah 74,5.

C. Latihan Soal

1. Tentukan nilai mean, modus, dan median dari data berikut!
   a. 8, 3, 3,4, 7, 1, 4, 8, 7
   b. 62, 52, 61, 44, 54, 70, 46, 7, 48, 53, 57, 50
2. Rata-rata tabel hasil ujian matematika dibawah ini adalah 7,1. Nilai x =

Ninal ujian	5	6	7	8	9
Frekuensi	10	15	40	x	10

3. Tentukan modus dari data pada tabel!

Berat badan (kg)	Frekuensi (f_i)
40 – 44	15
45 – 49	18
50 – 54	11
55 – 59	4
60 – 64	2

4. Tentukan median dari nilai ujian siswa dalam satu kelas pada tabel!

Nilai	Frekuensi
41 – 50	3
51 – 60	4
61 – 70	6
71 – 80	5
81 – 90	8
91 – 100	4

5. Tentukan mean dari data berikut!

Nilai	Frekuensi
40 – 46	7
47 – 53	16
54 – 60	30
61 – 67	35
68 – 74	30
75 – 81	20
82 – 88	12

DAFTAR PUSTAKA

Alfa, Januar. 2014. Buku Lengkap Cerdas Pintar Matematika. Yogyakarta: Pena Mas Publisher

http://raufiandwi.blogspot.co.id/2013/11/soal-dan-pembahasan-sistem-persamaan.html

http://mafia.mafiaol.com/2013/06/disjungsi-nilai-kebenaran pernyataan.html, diakses tanggal 20 Juli 2017

https://jokom42joko.wordpress.com/2012/01/04/logika-matematika/, diakses tanggal 20 Juli 2017

http://matematikastudycenter.com/kelas-10-sma/93-10-sma-soal-pembahasan-logika-matematika, diakses tanggal 23 Juli 2017

http://www.rumusmatematikadasar.com/2015/01/contoh-soal-logika-matematika-dan-pembahasannya-sma-kelas-10.html, diakses tanggal 25 Juli 2017

https://www.scribd.com/doc/202092184/2-CONTOH-SOAL-LATIHAN-MATEMATIKA-RELASI-DAN-FUNGSI-KELAS-8-SMP-docx

https://www.dropbox.com/s/0dpdc9le7tx8coe/rangkuman%20fungsi%20%26%20komposisi.pdf?dl=0

https://made82math.files.wordpress.com/2014/11/latihan-soal-relasi-dan-fungsi-smp-kelas-8.pdf

https://www.scribd.com/doc/60333026/Kumpulan-Soal-Ulangan-Relasi-Dan-Fungsi-1

Sa'adah, Lailatus. 2014. *Mini Smart Book* Matematika. Yogyakarta: Indonesia Tera

Suprijanto, Sigit, dkk. 2009. Matematika SMA Kelas XI. Jakarta: Yudhistira,